

# Assimilation de données Lagrangiennes pour la simulation numérique en hydraulique fluviale

**Marc Honorat**

marc.honorat@imag.fr

Directeurs : François-Xavier Le Dimet  
Jérôme Monnier

Laboratoire Jean Kuntzmann  
Équipe MOISE



# Contexte de la thèse

- Projet Région Rhône-Alpes “Prévention Numérique des crues”
- Projet ASSIMAGE (ACI Masse de données)



## Prévision et Assimilation de données

## Le logiciel Dassflow

## Assimilation de données Lagrangiennes

## Expériences numériques d'assimilation

- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

## Conclusions, perspectives

## Prévision et Assimilation de données

Le logiciel Dassflow

Assimilation de données Lagrangiennes

## Expériences numériques d'assimilation

- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

Conclusions, perspectives

## Un problème de modélisation

La modélisation d'un **système physique** doit prendre en compte toutes les informations disponibles :

- information *mathématique* : le modèle numérique
- information *physique* : les observations

## Deux grandes familles

- méthodes de **filtrage** (séquentielles, stochastiques)
- méthodes **variationnelles** (contrôle optimal)

## Modèles de rivières

- Équations de **Saint-Venant** :
  - écoulement à surface libre
  - eaux peu profondes (*shallow water*)
- Écoulements 1D (Carima, Mage, Mike 11, ...)
- Écoulements 2D (Telemac 2D, Rubar 20, Mike 21, ...)

## Observations

- niveaux de surface libre
- mesures de vitesses
- ...

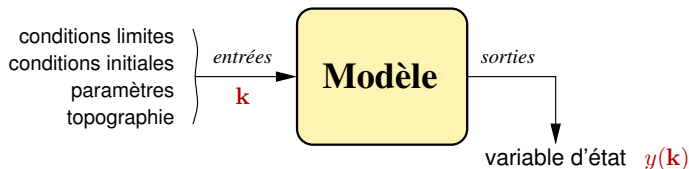
## Modèles de rivières

- Équations de **Saint-Venant** :
  - écoulement à surface libre
  - eaux peu profondes (*shallow water*)
- Écoulements 1D (Carima, Mage, Mike 11, ...)
- Écoulements 2D (Telemac 2D, Rubar 20, Mike 21, ...)

## Observations

- niveaux de surface libre
- mesures de vitesses
- télédétection
  - Photographie
  - Imagerie radar
  - Vidéo

## Méthodes variationnelles

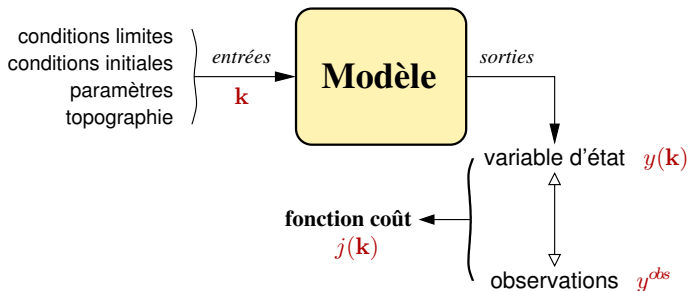


### Trois étapes

- Modèle numérique
- Comparaison aux observations
- Optimisation



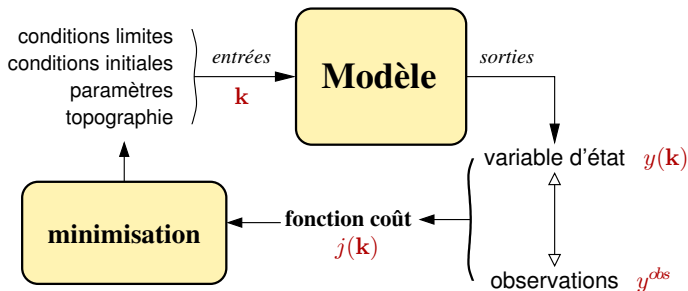
## Méthodes variationnelles



### Trois étapes

- Modèle numérique
- Comparaison aux observations
- Optimisation

## Méthodes variationnelles



### Trois étapes

- Modèle numérique
- Comparaison aux observations
- Optimisation

## La fonction coût

- Mesure l'écart entre :
  - observations  $y^{obs}$
  - état simulé  $y(\mathbf{k})$
- Fonction du vecteur de contrôle  $\mathbf{k}$  :

$$j(\mathbf{k}) = \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^T \|C y(\mathbf{k}; t) - y^{obs}(t)\|_{\mathcal{O}}^2 dt}_{\text{distance aux observations}} + \underbrace{\frac{1}{2} \|D(\mathbf{k})\|_D^2}_{\text{régularisation}}$$

## Optimisation

- **Minimisation** de la fonction coût  $j(\mathbf{k})$ .
- Méthode de descente  $\Rightarrow$  calcul efficace de  $\nabla j(\mathbf{k})$ .
- Introduction et résolution du **modèle adjoint**.

# Plan de l'exposé

Prévision et Assimilation de données

**Le logiciel Dassflow**

Assimilation de données Lagrangiennes

Expériences numériques d'assimilation

- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

Conclusions, perspectives

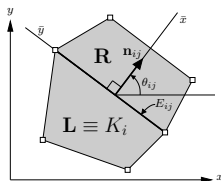
## Objectif

[Initié avec Y. LOUKILI — Post-doc Région Rhône-Alpes 2004]

- Effectuer des expériences d'assimilation de données

## Modèle direct

- Équations de Saint-Venant 2D
- Solveur **volumes finis**
- Maillages **structurés** et **non-structurés**



## Modèle adjoint

- Permet le calcul du gradient de la fonction coût  $\nabla j(\mathbf{k})$
- Différentiation automatique
- Outil TAPENADE : transformation de source

## Équations de Saint-Venant

$$\begin{cases} \partial_t h + \operatorname{div}(\mathbf{q}) = 0 \\ \partial_t \mathbf{q} + \operatorname{div}\left(\frac{1}{h} \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}\right) + \frac{1}{2} g \nabla h^2 + gh \nabla \mathbf{z}_b + g \frac{\mathbf{n}^2 \|\mathbf{q}\|_2}{h^{7/3}} \mathbf{q} = 0 \\ h(0) = h^0, \quad \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}^0 \end{cases}$$

## Variables d'état

- hauteur d'eau :  $h$
- débit local :  $\mathbf{q} = h\mathbf{u}$

**Conditions initiales**  $h^0$  et  $\mathbf{q}^0$

**Topographie**  $z_b$

**Coeff. de Manning**  $n$

## Équations de Saint-Venant

$$\begin{cases} \partial_t h + \operatorname{div}(\mathbf{q}) = 0 \\ \partial_t \mathbf{q} + \operatorname{div}\left(\frac{1}{h} \mathbf{q} \otimes \mathbf{q}\right) + \frac{1}{2} g \nabla h^2 + gh \nabla \mathbf{z}_b + g \frac{n^2 \|\mathbf{q}\|_2}{h^{7/3}} \mathbf{q} = 0 \\ h(0) = h^0, \quad \mathbf{q}(0) = \mathbf{q}^0 \end{cases}$$

## Conditions aux limites

- débit imposé :  $(\mathbf{q} \cdot \mathbf{n})|_{\Gamma_q}(t) = \bar{\mathbf{q}}(t)$
- hauteur imposée :  $h|_{\Gamma_z}(t) = \bar{\mathbf{z}}_s(t) - z_b|_{\Gamma_z}$

Variables en rouge : contrôles du modèle :  $\mathbf{k} = (h^0, \mathbf{q}^0, n, z_b, \bar{q}, \bar{z}_s)$ .

## Le code direct

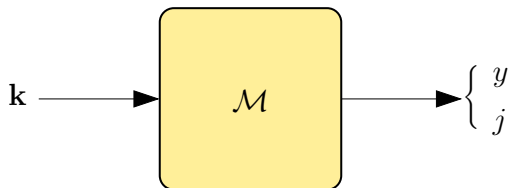
Étant donné un jeu de paramètres  $\mathbf{k}$ , il calcule :

- l'état de l'écoulement :  $y(\mathbf{k}) = (h, \mathbf{q})$
- la fonction coût :  $j(\mathbf{k})$

## Le code adjoint

Étant données les variables adjointes  $\tilde{y}$  et  $\tilde{j}$ , il calcule :

- cas général : un vecteur adjoint  $\tilde{\mathbf{k}}$
- cas particulier : le gradient  $\nabla_{\mathbf{k}} j(\mathbf{k})$  de la fonction coût





## Le code direct

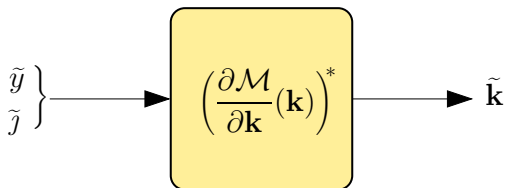
Étant donné un jeu de paramètres  $\mathbf{k}$ , il calcule :

- l'état de l'écoulement :  $y(\mathbf{k}) = (h, \mathbf{q})$
- la fonction coût :  $j(\mathbf{k})$

## Le code adjoint

Étant données les variables adjointes  $\tilde{y}$  et  $\tilde{j}$ , il calcule :

- cas général : un vecteur adjoint  $\tilde{\mathbf{k}}$
- cas particulier : le gradient  $\nabla_{\mathbf{k}} j(\mathbf{k})$  de la fonction coût



## Le code direct

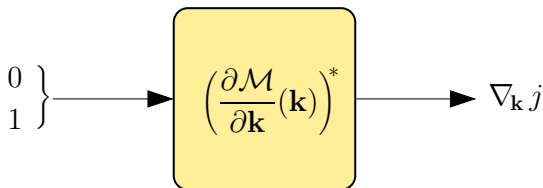
Étant donné un jeu de paramètres  $\mathbf{k}$ , il calcule :

- l'état de l'écoulement :  $y(\mathbf{k}) = (h, \mathbf{q})$
- la fonction coût :  $j(\mathbf{k})$

## Le code adjoint

Étant données les variables adjointes  $\tilde{y}$  et  $\tilde{j}$ , il calcule :

- cas général : un vecteur adjoint  $\tilde{\mathbf{k}}$
- cas particulier : le gradient  $\nabla_{\mathbf{k}} j(\mathbf{k})$  de la fonction coût



## La différentiation du code

- Transformation du code source du modèle direct
- Exemple pour une instruction élémentaire :

Code direct	Code adjoint
$y(i) = x*z(j) + \text{COS}(y(i))$	$\begin{aligned}xb &= xb + z(j)*yb(i) \\ zb(j) &= zb(j) + x*yb(i) \\ yb(i) &= -\text{SIN}(y(i))*yb(i)\end{aligned}$

## Deux méthodes

- Écriture à la main du code adjoint
- Outils de différentiation **automatique**  
⇒ Tapenade (INRIA/TROPICS)

# Un exemple d'application

## Domaine d'étude

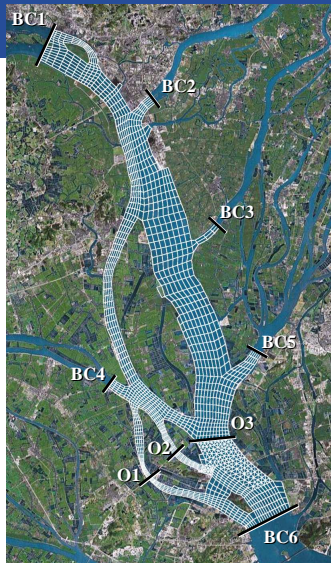
- Delta de la rivière des Perles (Chine).
- Dimensions  $\approx 30 \text{ km} \times 15 \text{ km}$ .

## Observations

- Niveau de la surface libre (6 stations)
- Débit (5 stations)
- Densité : 1 obs / h sur 8 jours

## Simulation

- Maillage : 1684 éléments
- Durée : 36 heures ( $\Delta t = 3 \text{ s}$ )



[Collaboration avec X. LAI — Post-doc Région Rhône-Alpes 2006]

[M. Honnorat, X. Lai, J. Monnier, F.-X. Le Dimet, *CMWR XVI*, Copenhague, June 19-22, 2006.]

# Un exemple d'application

## Domaine d'étude

- Delta de la rivière des Perles (Chine).
- Dimensions  $\approx 30 \text{ km} \times 15 \text{ km}$ .

## Observations

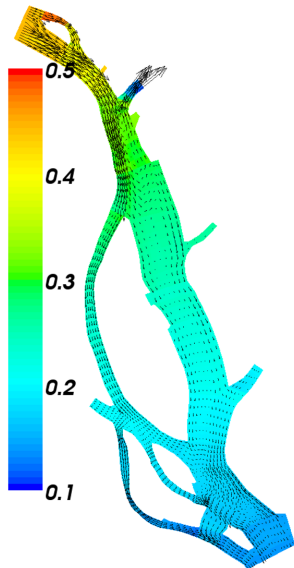
- Niveau de la surface libre (6 stations)
- Débit (5 stations)
- Densité : 1 obs / h sur 8 jours

## Simulation

- Maillage : 1684 éléments
- Durée : 36 heures ( $\Delta t = 3 \text{ s}$ )

[Collaboration avec X. LAI — Post-doc Région Rhône-Alpes 2006]

[M. Honnorat, X. Lai, J. Monnier, F.-X. Le Dimet, *CMWR XVI*, Copenhague, June 19-22, 2006.]



# Un exemple d'application

## Domaine d'étude

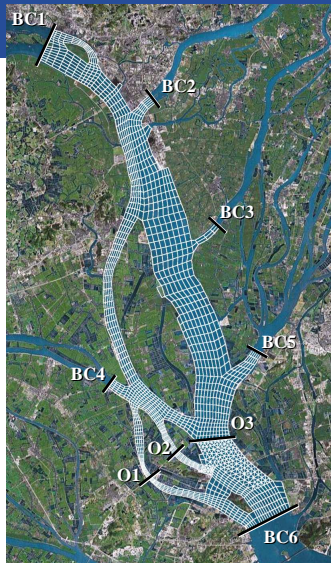
- Delta de la rivière des Perles (Chine).
- Dimensions  $\approx 30 \text{ km} \times 15 \text{ km}$ .

## Observations

- Niveau de la surface libre (6 stations)
- Débit (5 stations)
- Densité : 1 obs / h sur 8 jours

## Simulation

- Maillage : 1684 éléments
- Durée : 36 heures ( $\Delta t = 3 \text{ s}$ )



[Collaboration avec X. LAI — Post-doc Région Rhône-Alpes 2006]

[M. Honnorat, X. Lai, J. Monnier, F.-X. Le Dimet, *CMWR XVI*, Copenhague, June 19-22, 2006.]

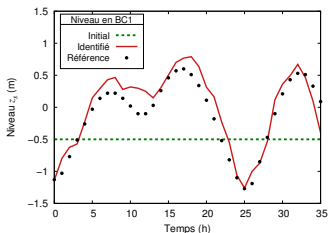
## Identification des conditions aux limites

- Niveaux aux bords  $BC1$ ,  $BC2$  et  $BC6$ .
- Fonction coût :

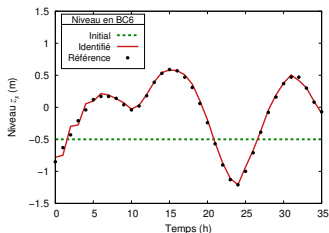
$$j(\bar{z}_s) = \frac{1}{2} \int_0^T \left( \|h(t) - h^{obs}(t)\|^2 + \alpha \|\mathbf{q}(t) - \mathbf{q}^{obs}(t)\|^2 \right) dt$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{1}{1000}$$

## Résultats



Niveau sur  $BC1$



Niveau sur  $BC6$

# Plan de l'exposé

Prévision et Assimilation de données

Le logiciel Dassflow

**Assimilation de données Lagrangiennes**

Expériences numériques d'assimilation

- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

Conclusions, perspectives



## Données eulériennes

- Observations classiquement disponibles
  - hauteurs d'eau
  - mesures de vitesses
- Faible **densité** d'observation
  - en espace
  - en temps
- Mesures parfois techniquement **complexes** à réaliser

## Nouvelles pistes

- Données issues de la **téledétection**

## Données eulériennes

- Observations classiquement disponibles
  - hauteurs d'eau
  - mesures de vitesses
- Faible **densité** d'observation
  - en espace
  - en temps
- Mesures parfois techniquement **complexes** à réaliser

## Nouvelles pistes

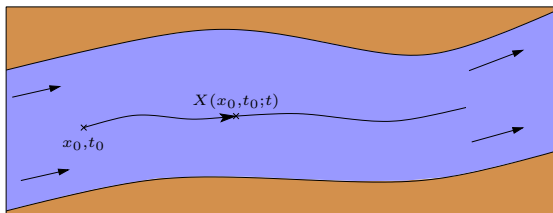
- Données issues de la **téledétection**

## Idée

- Les **trajectoires** de particules transportées par le courant contiennent de l'**information** sur la **vitesse** de surface.

## Équation de transport

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} X(t) = \vec{v}(X(t), t) \\ X(t_0) = x_0 \end{cases} \quad \text{où } \vec{v} \text{ est la vitesse de transport.}$$



## Idée

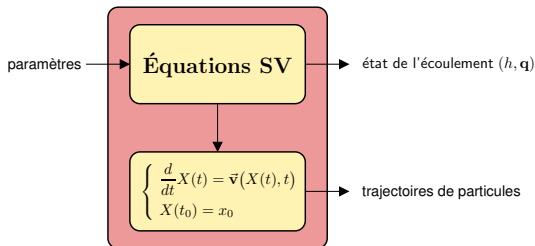
- Les **trajectoires** de particules transportées par le courant contiennent de l'**information** sur la **vitesse** de surface.

## Deux dimensions

- Échelle locale  
trajectoires extraites d'images vidéo  
(expérience réalisée au LMFA)
- Échelle de la rivière  
positions GPS de flotteurs  
(A. Bayen, Berkeley : Delta de Sacramento)

## Prise en compte des trajectoires

Le modèle de rivière est **augmenté** d'un modèle de transport de particules.



## Variable d'état augmentée

- État de l'écoulement
- Trajectoires de particules modèles

[M. Honnorat, J. Monnier, F.-X. Le Dimet, *Computing and Visualization in Science*, accepté, 2007.]

## Observations

- **Eulériennes** : hauteurs d'eau  $h^{obs}$ , vitesses  $\mathbf{u}^{obs}$
- **Lagrangiennes** : trajectoires de  $N_p$  particules notées  $X_i^{obs}$

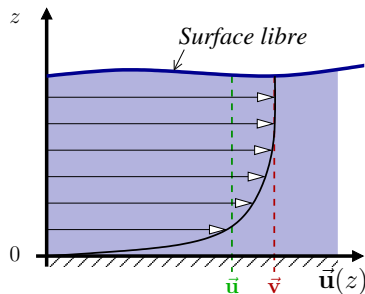
## Fonction coût

$$j(\mathbf{k}) = \underbrace{\frac{1}{2} \int_0^T \|Ch(t) - h^{obs}(t)\|^2 dt}_{\text{partie Eulérienne}} + \underbrace{\frac{\alpha_t}{2} \sum_{i=1}^{N_p} \int_{t_i^0}^{t_i^f} |X_i(t) - X_i^{obs}(t)|^2 dt}_{\text{partie Lagrangienne}} + \underbrace{\frac{1}{2} \|D(\mathbf{k})\|^2}_{\text{terme de régularisation}}$$

## Relation vitesse de transport $\Leftrightarrow$ vitesse Saint-Venant

- **Vitesse Saint-Venant** :  $\vec{u}$  intégrée sur la profondeur
- **Vitesse de transport** :  $\vec{v}$  utilisée dans le modèle de transport

Profil de vitesse :



Relation utilisée :

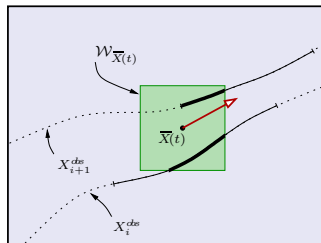
$$\vec{v} = \gamma \vec{u}$$

## Relation vitesse de transport $\Leftrightarrow$ vitesse de surface

- De nombreuses **perturbations** ne sont pas modélisées :
  - courants secondaires, couche limite
  - résurgences, tourbillons, etc
- Erreurs liées au système d'observation

## Filtrage des trajectoires

- Objectif : supprimer les perturbations de **petites échelles** des observations de trajectoires.
- Reconstruction d'une **particule moyenne**
- Hypothèse d'écoulement stationnaire sur une **fenêtre espace-temps**



Fenêtre de filtrage



# Plan de l'exposé

Prévision et Assimilation de données

Le logiciel Dassflow

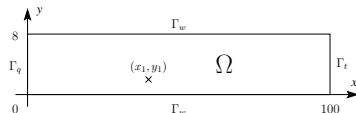
Assimilation de données Lagrangiennes

## **Expériences numériques d'assimilation**

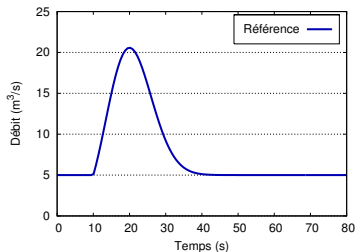
- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

Conclusions, perspectives

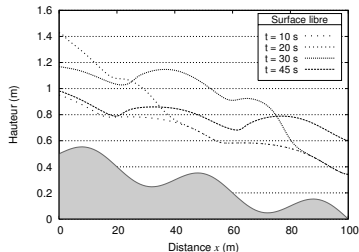
## Configuration de l'expérience



- Onde de crue sur canal 2D rectangulaire avec fond irrégulier



Débit

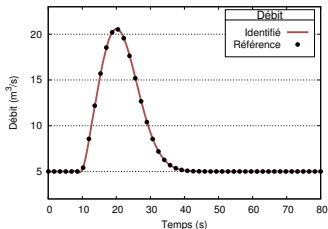


Profil longitudinal (coupe)

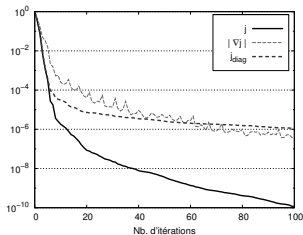
- Observations :
  - Hauteurs d'eau en  $(x_1, y_1) = (40, 2)$  (observation continue en temps)
  - Trajectoires de 176 particules (observation continue en temps)

## Expériences jumelles

- Variables identifiées : **débit** seulement
- Initialisation du Manning : valeur de référence  $n = 0.025$
- Observations utilisées :
  - Hauteurs d'eau en  $(x_1, y_1) = (40, 2)$  (observation continue en temps)



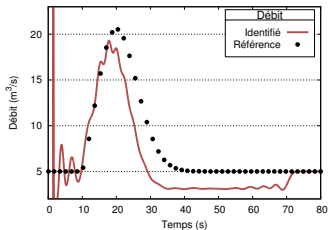
Débit



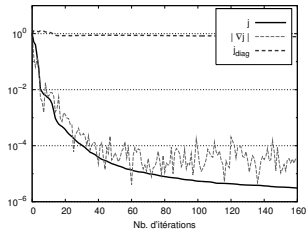
Fonction coût

## Expériences jumelles

- Variables identifiées : **débit** et **Manning**
- Initialisation du Manning : valeur altérée  $n = 0.02$
- Observations utilisées :
  - Hauteurs d'eau en  $(x_1, y_1) = (40, 2)$  (observation continue en temps)



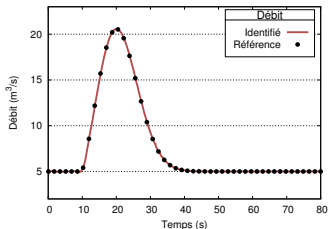
Débit



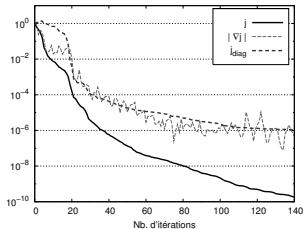
Fonction coût

## Expériences jumelles

- Variables identifiées : **débit** et **Manning**
- Initialisation du Manning : valeur altérée  $n = 0.02$
- Observations utilisées :
  - Hauteurs d'eau en  $(x_1, y_1) = (40, 2)$  (observation continue en temps)
  - Trajectoires de 176 particules (observation continue en temps)



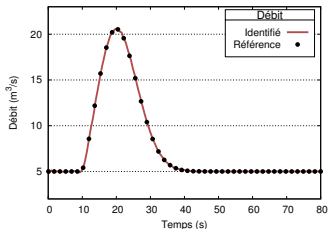
Débit



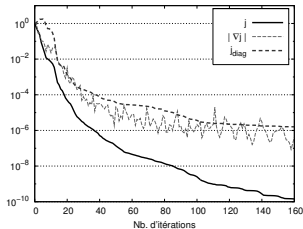
Fonction coût

## Expériences jumelles

- Variables identifiées : **débit** et **Manning**
- Initialisation du Manning : valeur altérée  $n = 0.02$
- Observations utilisées :
  - Hauteurs d'eau en  $(x_1, y_1) = (40, 2)$  (observation continue en temps)
  - Positions de 176 particules (à  $t = 50$  s)



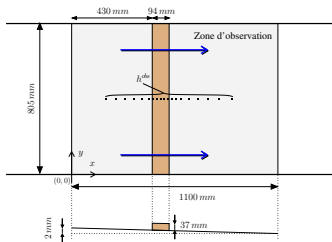
Débit



Fonction coût

## Dispositif

- Canal à section rectangulaire, obstacle placé au fond
- Écoulement permanent en moyenne
- Prise de vue vidéo de la surface libre



Vue schématique

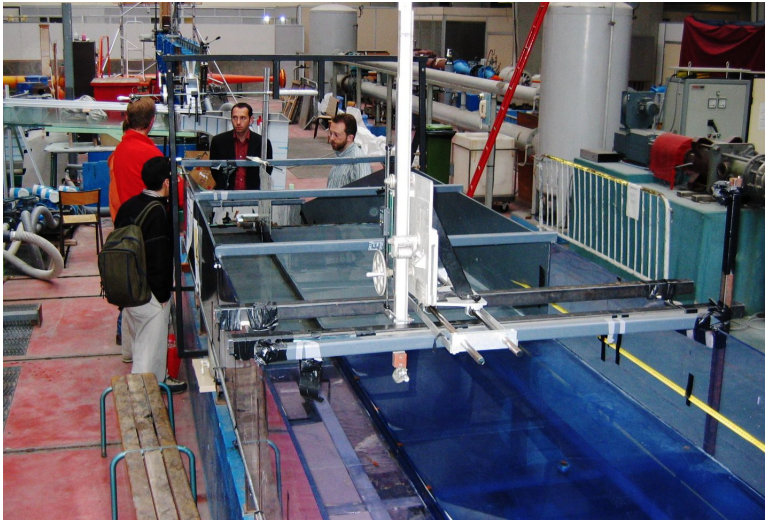


Image de la séquence

- Observations :
  - Hauteurs d'eau
  - Trajectoires de 256 confettis

[M. Honnorat, N. Rivière, J. Monnier, É. Huot, F.-X. Le Dimet, en cours, 2007.]

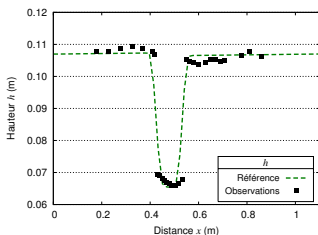
# Données expérimentales en canal



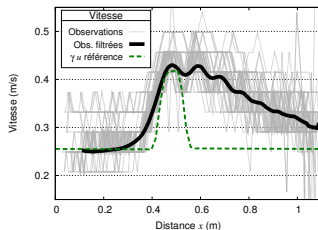


## Observations

- Hauteurs d'eau : bonne correspondance
- Filtrage : reconstruction de 150 trajectoires filtrées



Hauteur d'eau

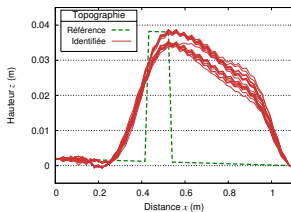


Vitesse longitudinale

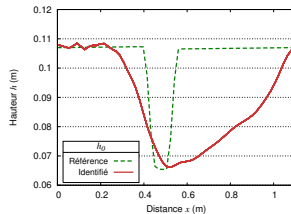
## Identification

- topographie
- conditions initiales
- coefficient de Manning
- coefficient  $\gamma$

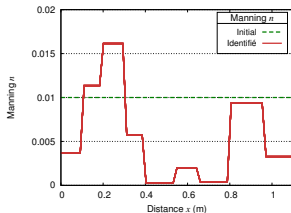
## Résultats d'identification



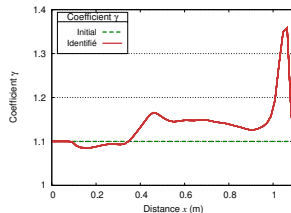
Topographie



Hauteur d'eau

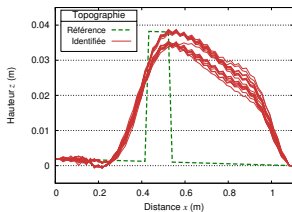


Manning

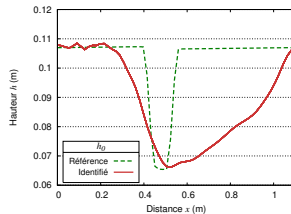


Coefficient  $\gamma$

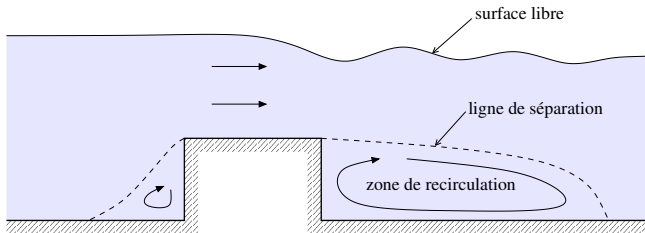
## Résultats d'identification



Topographie



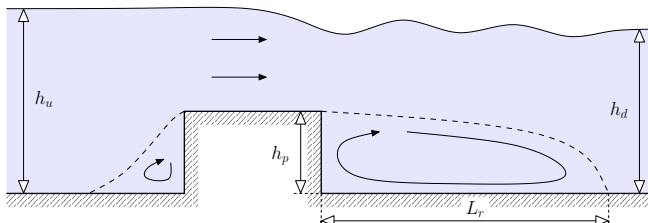
Hauteur d'eau



## Résultats d'identification

### Validation

$$\frac{L_r}{h_p} = 6.8 \frac{h_d}{h_p} \left( 1 - \frac{h_d - h_p}{h_u - h_p} \right)^{\frac{1}{6}} \quad (\text{Fritz et Hager, 98})$$



# Plan de l'exposé

Prévision et Assimilation de données

Le logiciel Dassflow

Assimilation de données Lagrangiennes

Expériences numériques d'assimilation

- Expérience 1 : débit et coefficient de Manning
- Expérience 2 : données expérimentales en canal

**Conclusions, perspectives**

## Conclusion

- Assimilation de données en hydraulique fluviale
- Le logiciel Dassflow
- Assimilation de trajectoires
- Expérience numérique avec données expérimentales

## Perspectives

- Données réelles
- Flotteurs Lagrangiens
- Identification d'erreur modèle
- Assimilation de contours Lagrangiens

# Merci de votre attention !